᛫

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 SEPTEMBRE 1926.

PRÉSIDENCE DE M. JOSEPH BOUSSINESQ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Remarques sur la loi de distribution dans le temps des orages magnétiques.* Note de M. H. **DESLANDRES**.

La Note actuelle complète plusieurs Notes précédentes, consacrées aux perturbations de l'aiguille aimantée, et en particulier la dernière Note (du 19 juillet 1926), intitulée : *Loi de distribution des orages magnétiques terrestres, et loi de répartition correspondante des régions actives du Soleil* ([1]). Les résultats annoncés ont été commentés dans plusieurs revues étrangères ([2]), et je suis conduit à ajouter quelques détails complémentaires.

I. La loi de distribution dans le temps des orages magnétiques est simple : plusieurs orages, qui sont en général les plus forts, sont séparés par des intervalles qui sont des multiples de R/6, R étant la durée moyenne de rotation synodique des taches ; d'autres orages, en général moins forts, occupent le milieu des intervalles précédents et correspondent aux multiples de R/12 ; enfin on distingue aussi dans les intervalles des deux séries précédentes, et à peu près en leur milieu, des perturbations notablement plus faibles, qui sont ainsi reliées aux multiples de R/24.

Or les beaux travaux récents de Störmer ont mis hors de doute que les aurores boréales et les perturbations magnétiques simultanées sont dues à

([1]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 296, 669, 733, 1031, et 183, 1926, p. 165.

([2]) *The Observatory*, 1926, p. 232 et 627, la dernière Note étant signée de A. BUSS, et *Nature London*, 118, 1926, p. 335, Note de C. CHREE, intitulée *The Recurrence of Magnetic Storms.*

un rayonnement corpusculaire émané du Soleil et formé le plus souvent de particules négatives. Les points d'émission corpusculaire qui, dans le Soleil, sont de véritables volcans, sont donc aussi répartis d'une manière régulière; ils se trouvent sur des méridiens dont les différences en longitude sont des multiples de 60°, 30° et 15°. J'ai admis qu'ils ont leur origine dans trois couches placées sous la surface, qui ont respectivement, à partir de la plus basse, 6, 12 et 24 brisures pour lesquelles leur matière s'échappe au dehors non d'une manière continue, mais par intermittences. Ces brisures, qui se manifestent avec force tous les 11 ans, doivent tenir au refroidissement de l'astre par l'extérieur ou à l'accumulation de chaleur provoquée par les corps radioactifs qui sont à l'intérieur.

Elles sont à rapprocher des brisures également régulières, observées dans la fabrication du verre. Lorsque la masse fondue, contenue dans un cylindre vertical à base circulaire, se solidifie, elle se brise en général suivant les six rayons ou les trois diamètres de l'hexagone régulier. Parfois, elle se brise suivant un seul diamètre; et ce cas spécial doit se présenter aussi dans le Soleil; car on a des perturbations fortes séparées par un intervalle égal à R/2.

II. Les auteurs qui relèvent les orages notent les heures du commencement et de la fin, parfois difficiles à préciser, le phénomène pouvant débuter et finir par des pointes très faibles. Par contre, d'autres orages, qui sont en général les plus forts, débutent par une pointe élevée, à ascension rapide; ce sont les orages S de Maunder, particulièrement intéressants. Les lois précédentes ont été vérifiées d'abord sur les orages S de 1926-1925, puis de 1882-1883, représentés par la longitude de leur première pointe (voir les tableaux des deux Notes précédentes). Les autres orages, non S, ont été aussi rattachés à la même loi; je les ai représentés par la longitude de leur pointe la plus élevée, après avoir défalqué la variation diurne de l'aiguille [1]. Mais la durée de l'orage, variable de l'un à l'autre et qui est un élément intéressant, n'a pas été examinée dans cette première étude. D'ailleurs l'intervalle R/24 n'est pas le plus petit entre les perturbations; j'ai noté parfois une pointe isolée flanquée de chaque côté de pointes satellites, à une distance de R/36 ou à une distance plus faible. Parfois aussi, pendant plusieurs heures et plusieurs jours, après les grands orages ou en dehors des

[1] On hésite parfois pour décider si un orage est S ou non S, on hésite entre deux longitudes; mais il arrive que la loi, seulement approchée, peut s'accorder avec les deux nombres.

orages proprement dits, les pointes se succèdent petites, égales, nombreuses et très rapprochées, en donnant l'impression d'une agitation continue. L'émission corpusculaire correspondante n'est plus, comme dans les orages S, limitée à un point précis de l'astre; elle s'étend sur les côtés à une distance notable, étant en même temps plus faible. Cette émission spéciale n'est pas considérée dans la présente étude.

Finalement tous les grands orages, S ou non S, sont conformes à la loi; et, fait curieux, les parties d'agitation continue étant écartées, la loi s'applique aussi aux petites perturbations (d'un écart en déclinaison inférieur à 10′ d'arc), qui, étant isolées, se détachent bien sur une courbe calme. Dans les tableaux publiés, ces petites perturbations sont les plus nombreuses.

La vérification de la loi a été déjà présentée pour l'intervalle qui s'étend du 1er septembre 1925 au 14 avril 1926; or la loi s'applique aussi aux perturbations qui ont suivi, et, en particulier aux orages notables du 1er juin et du 1er août, comme le montre le tableau suivant qui prolonge un tableau similaire du 19 juillet 1926.

Dates.		Écart de la déclinaison.	Longitude du centre du Soleil.	Différence avec 328°, 8.	Différence théorique.
1925. Déc.	5.89....	10′	328°.8	0.0	0
1926. Mai.	20.94....	6	299.6	29.2	30
1926. Juin.	1.58....	12	145.5	183.3	180
	6.92....	6	74.9	253.9	255
	8.04....	9	60.0	268.8	270
	23.79....	5	211.4	117.4	120
1926. Juill.	4.04....	6′	75°.9	252.9	255
	27.81....	8	121.4	207.4	210
Août	1.06....	16	65.2	263.6	270
	13.08....	7	266.2	62.4	60
	19.75....	6	178.9	149.9	150

En vue d'études statistiques, l'usage est de représenter chaque jour l'état magnétique par l'un des trois nombres 0 (calme), ou 1 (modérément troublé), ou 2 (fortement troublé) et l'on a ce que l'on a appelé le caractère magnétique du jour. Or Chree, le distingué superintendant de l'Observatoire de Kew, a fait une étude fort intéressante de ces nombres pendant 11 années consécutives et de leurs moyennes. Il choisit pour chaque mois de cette période les 5 jours les plus troublés, et les compare aux 3 jours qui précèdent et aux 35 jours qui suivent. La place manque ici pour exposer la méthode suivie et les longs calculs qui ont été nécessaires. Chree conclut que la période de 27 jours est nettement mise en relief pour la succession des orages, mais qu'il n'y a pas de période plus courte. Aussi, dans un article récent de *Nature*, sans condamner absolument mes résultats, il émet des doutes sur leur validité.

Or l'inconvénient des moyennes est de masquer les inégalités qui apparaissent seulement par intervalles : ce qui est justement le cas. Seule la période R émerge dans les calculs de Chree; ce qui indique qu'elle est la plus fréquente, et rattachée à des orages forts; et ce résultat est certes important. D'autre part, le caractère magnétique, qui est à la base du travail de Chree, représente mal l'état magnétique et a été déjà vivement critiqué; son étude porte sur plusieurs années, et la mienne sur 15 mois; de plus, pour déceler les périodes de R/6 et de R/12, il faudrait prendre 14 jours du mois, et non 5. Que mon contradicteur veuille bien examiner, comme je l'ai fait, chaque perturbation prise isolément, et la comparer aux autres; son opinion sera modifiée. Il suffit de reporter sur un cercle les orages avec leur longitude et la loi apparaît avec netteté.

III. L'étude du magnétisme terrestre permet donc de prévoir la distribution très régulière dans le Soleil des points d'émission corpusculaire; il reste à déterminer la position exacte de ces points dans le Soleil. On a d'abord pensé aux taches, qui, au moment où a lieu l'orage terrestre, se trouvent non dans le méridien central de l'astre, mais à une certaine distance à l'ouest de ce méridien; puis on a invoqué la facule et je me suis rangé moi-même à cette opinion; mais la certitude n'est pas encore acquise.

Le mois dernier, l'astronome anglais A. Buss m'a signalé un Mémoire publié par lui en 1915 dans *The Observatory*, et intitulé : *A possible systematic distribution of solar activity areas in longitude*. Sur 57 taches relevées de 1912 à 1914, dans une phase de minimum, il en note 10 dont les différences en longitude sont voisines de 60° ou de multiples de 60°, et il suggère que le même espacement pourra se retrouver aussi dans les orages magnétiques. L'intérêt du fait annoncé est manifeste; on peut seulement s'étonner que l'auteur n'ait pas poussé plus loin cette première étude. Les 10 taches à intervalles de 60° ne sont pas toutes parmi les plus fortes; il faudra vérifier si les autres taches ont avec les précédentes ou entre elles des différences qui sont des multiples de 30° et de 15°. Il faudra aussi étendre la recherche à une période undécennale à la fois avec les taches et les perturbations magnétiques.

D'après le résultat de Buss, l'émission corpusculaire serait plutôt dans la tache elle-même. De mon côté, j'ai depuis longtemps l'idée que les points d'émission sont liés aux régions du Soleil qui offrent la raie D_3 de l'hélium noire; elles sont difficiles à discerner, fugitives, et d'étendue restreinte dans la facule autour d'une tache et dans la facule sans tache. La proportion du gaz hélium y est plus grande et donc aussi probablement l'émission

radioactive. La recherche de ces régions est organisée à l'Observatoire de Meudon, en accord avec les indications du magnétographe; elle permettra peut-être de décider si le rayonnement corpusculaire du Soleil est dû au refroidissement extérieur, ou à l'échauffement par les matières radioactives intérieures, ou aux deux causes réunies.

IV. Le rayonnement corpusculaire semble pouvoir expliquer facilement la plupart des phénomènes solaires. Lorsque la température croît, il est émis par tous les corps; et, pour une élévation suffisante de la température, l'énergie émise sous cette forme est supérieure à celle du rayonnement ondulatoire. Dans le Soleil, la matière des couches profondes, notablement plus chaudes que la surface, est rejetée au dehors par les brisures admises ci-dessus; en ces points, l'énergie ondulatoire, rayonnée dans toutes les directions, est donc augmentée; mais l'énergie corpusculaire est augmentée beaucoup plus, et elle est rayonnée dans des directions privilégiées, presque normales à la surface. Le rayonnement corpusculaire a donc le rôle principal, et est la cause première des variations undécennales; on peut aussi lui rapporter la formation des facules, des taches avec leurs polarités magnétiques, des protubérances et filaments, et l'on s'accorde déjà pour lui attribuer les formes caractéristiques de la couronne solaire.

M. H. Lecomte fait hommage à l'Académie du tome cinquième, fascicule 5, de la *Flore générale de l'Indo-Chine*, publiée sous sa direction : *Euphorbiacées*, par F. Gagnepain et L. Beille.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Proceedings of the Pan-Pacific Science Congress*, *Australia*, 1923.

2° Le fascicule LXX des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par* Albert Ier, prince souverain de Monaco : *Mollusques ptéropodes gymnosomes*, par A. Pruvot-Fol.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces d'aire finie.* Note [1] de M. Valère Glivenko, transmise par M. Hadamard.

M. L. Tonelli a trouvé les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une surface continue, représentée par l'équation $z = f(x, y)$, soit quarrable [2]. Je me propose d'étendre les résultats de M. L. Tonelli aux cas des surfaces continues quelconques. La définition de l'aire d'une surface que j'adopte ici est celle, maintenant classique, de M. H. Lebesgue.

1. Soit S une surface située dans l'espace aux axes de coordonnées cartésiennes x, y, z, et soit $|S|$ l'aire de la surface. Soit, ensuite, C_x la courbe intersection de S avec un plan $x = \text{const.}$, et soient respectivement

$$|C_x|, \quad |C_x|_y \quad \text{et} \quad |C_x|_z$$

la longueur de cette courbe et les variations totales des fonctions

$$y = \varphi(t) \qquad \text{et} \qquad z = \psi(t)$$

qui la représentent paramétriquement. Introduisons la notion de *variation aux longueurs* de S le long de l'axe des x :

$$\Lambda_x(S) = \int |C_x|\, dx,$$

et celle de *variation axiale* de S le long du même axe :

$$\Lambda_x(S) = \int |C_y|_z\, dy = \int |C_z|_y\, dz,$$

toutes les intégrales étant prises au sens de M. H. Lebesgue et étendues aux projections de S sur les axes de coordonnées correspondants.

On vérifie les inégalités suivantes :

$$A_x + \Lambda_x \geqq |S| \geqq \Lambda_x,$$
$$A_y + A_z \geqq \Lambda_x \geqq A_y,$$

d'où l'on tire tout de suite :

$$A_x + A_y + A_z \geqq |S| \geqq \Lambda_x, \tag{1}$$
$$\Lambda_x + \Lambda_y \geqq |S| \geqq \Lambda_x. \tag{2}$$

---

[1] Séance du 6 septembre 1926.

[2] *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1198.

Les inégalités (1) et (2) fournissent un théorème qui est une généralisation de celui de Jordan, à savoir : *Pour qu'une surface soit quarrable, il faut et il suffit que ses trois variations axiales, ou bien deux de ses variations aux longueurs, existent et soient finies.*

2. On peut se demander s'il est permis d'y remplacer les deux variations aux longueurs le long des axes de coordonnées cartésiennes par celles définies d'une manière analogue pour les coordonnées gaussiennes.

La réponse est négative. Par exemple, la surface

$$x = u, \qquad y = uv, \qquad z = \frac{u^2}{2} \sin \frac{1}{u^2} \qquad (0 \leqq u \leqq 1,\ 0 \leqq v \leqq 1)$$

a l'aire $|S| < 3$, tandis que $|C_v|$ est infinie pour chaque valeur de v, par suite non sommable. On peut affirmer seulement que, si une surface S possède une représentation paramétrique

$$x = f(u, v), \qquad y = g(u, v), \qquad z = h(u, v) \qquad (u_1 \leqq u \leqq u_2,\ v_1 \leqq v \leqq v_2)$$

telle que $|C_u|$ et $|C_v|$ sont sommables, cette surface est nécessairement quarrable, et cela en vertu de l'inégalité suivante :

$$\frac{u_2 - u_1}{\sqrt{\pi}} \int_{v_1}^{v_2} |C_v|\, dv + \frac{v_2 - v_1}{\sqrt{\pi}} \int_{u_1}^{u_2} |C_u|\, du \geqq (u_2 - u_1)(v_2 - v_1)\sqrt{|S|}.$$

3. Au lieu des inégalités (2), on peut écrire

$$\Lambda_x + \Lambda_y \geqq |S| \geqq \frac{1}{2}(\Lambda_x + \Lambda_y).$$

Ces dernières inégalités présentent un intérêt spécial, car elles déterminent des bornes effectives de l'aire d'une surface. En effet, pour les *sphères* on a

$$|S| = \Lambda_x + \Lambda_y,$$

tandis que pour les domaines plans parallèles au plan $z = 0$ on a toujours

$$|S| = \frac{1}{2}(\Lambda_x + \Lambda_y).$$

On vérifie en outre les deux inégalités analogues suivantes :

$$\frac{2}{3}(\Lambda_x + \Lambda_y + \Lambda_z) \geqq |S| \geqq \frac{1}{\sqrt{6}}(\Lambda_x + \Lambda_y + \Lambda_z).$$

Ce sont encore les *sphères* qui satisfont à la condition

$$|S| = \frac{2}{3}(\Lambda_x + \Lambda_y + \Lambda_z),$$

tandis qu'à la condition

$$|S| = \frac{1}{\sqrt{6}}(\Lambda_x + \Lambda_y + \Lambda_z)$$

satisfont tous les domaines plans parallèles aux plans $x \pm y \pm z = 0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une généralisation d'un théorème de Schwartz*. Note de M. **Julius Wolff**, transmise par M. Émile Borel.

Dans la présente Note, je préciserai encore la généralisation du théorème de Schwartz donnée aux *Comptes rendus* du 7 avril 1926.

1. Soit $F(z)$ holomorphe à l'intérieur du cercle C ($|z| = 1$), $|F(z)| < 1$, $F(z) \neq z$. On sait que la circonférence C contient un point α et un seul, tel que la transformation $w = F(z)$ contracte les cercles tangents à C en α. Je montrerai maintenant que $\frac{F(z) - \alpha}{z - \alpha}$ et $F'(z)$ *tendent vers une même limite réelle, positive et au plus égale à l'unité, quand z tend vers α dans un angle quelconque formé par deux cordes de* C *issues du point* α.

2. Considérons une fonction $w = u + vi = f(z) = f(x + yi)$ holomorphe dans le domaine $D(x > 0)$ et soit $u > 0$. Si z et z' sont deux points différents de D, on sait que

$$\left|\frac{w' - w}{w' + u - vi}\right| \leqq \left|\frac{z' - z}{z' + x - yi}\right|,$$

donc

$$\left|\frac{w' - w}{z' - z}\right| \leqq \left|\frac{w' - w + 2u}{z' - z + 2x}\right|.$$

Si, z restant fixe, z' tend vers z, w' tend vers w et l'on trouve

$$|f'(z)| \leqq \frac{u}{x}.$$

3. Considérons deux points z et z' de même ordonnée, et supposons $x' > x$. Le théorème de Schwartz montre immédiatement que $\frac{u'}{x'} \leqq \frac{u}{x}$. Donc sur chaque droite parallèle à Ox le quotient $\frac{u}{x}$ tend vers une limite finie λ. Je dis que λ est indépendant de la droite choisie. En effet, si d et d' sont deux droites parallèles à Ox, je considère un point fixe z sur d, et sur d' un point z' que je fais tendre vers l'infini. Le cercle passant par z, et par rapport auquel l'image de $z' = x' + iy'$ et le point $-x' + iy'$, a pour

abscisse minima une quantité qui tend vers x. Donc

$$\frac{u}{x} \geqq \lim \frac{u'}{x'}.$$

Puisque x était arbitraire, on a $\lambda_d \geqq \lambda_{d'}$. Par la même raison on a aussi $\lambda_{d'} \geqq \lambda_d$, donc $\lambda_d = \lambda_{d'}$.

4. Par un point arbitraire z_0 intérieur à D menons une demi-droite d faisant avec Ox un angle aigu θ. Soit z un point de d, que nous ferons tendre vers l'infini. Le cercle passant par z_0, et par rapport auquel l'image de $z = x + yi$ est le point $-x + yi$, a pour abscisse minimale une quantité qui tend vers $x_0 \cos^2 \theta$; donc

$$u_0 \geqq x_0 \cos^2 \theta \limsup_{z \to \infty} \left(\frac{u}{x}\right).$$

Le quotient $\frac{u}{x}$ est par conséquent borné sur d, et puisqu'il décroît, quand x augmente, y restant fixe (§ 3), il est borné dans chaque angle

$$-\theta \leqq \arg(z - z_0) \leqq \theta, \qquad \text{où} \qquad \theta < \frac{\pi}{2}$$

et fixe.

Du paragraphe 2 il résulte que $f'(z)$ est aussi bornée dans un tel angle, donc de même la fonction $\frac{f(z)}{z}$.

5. Considérons la fonction

$$\varphi(z) = \xi + \eta i = f(z) - \lambda z,$$

λ étant la limite de $\frac{u}{x}$ pour x infini, y fixe. Du paragraphe 3 il résulte que $u - \lambda x = \xi \geqq 0$ et que, si en *un* point $u - \lambda x = 0$, cette égalité subsiste dans tout le demi-plan $\mathfrak{D}$. Dans ce cas $v = \lambda y +$ const. et nous avons le cas trivial $f(z) = \lambda z +$ const.

Supposons donc $\xi > 0$ dans $\mathfrak{D}$. La fonction $\varphi(z)$ satisfait aux conditions du paragraphe 2. En outre $\frac{\xi}{x} \to 0$, quand $x \to \infty$, y fixe. L'équation $\varphi(z) = z$ peut avoir une racine α dans D. Sinon, il résulte du paragraphe 1 que la frontière $x = 0$ de $\mathfrak{D}$ possède un point α tel que le point α du paragraphe 1. Ce point n'est pas à l'infini, car alors on aurait $\xi \geqq x$ (voir *loc. cit.*), en contradiction $\frac{\xi}{x}$ avec $\to 0$. Par α menons une droite $d \parallel Ox$, qui coupe Oy en β, qui peut coïncider avec α. Soit z sur d à droite de α, alors $\varphi(z)$ est dans tous

les cas intérieur au cercle de diamètre βz, ou sur la circonférence; donc

$$|\varphi(z)-\beta|^2 \leqq x\xi,$$

$$\left|\frac{\varphi(z)-\beta}{z-\beta}\right| \leqq \sqrt{\frac{\xi}{x}} \to 0 \quad \text{pour } z \to \infty \text{ sur } d.$$

Puisque $\frac{\varphi(z)-\beta}{z-\beta}$ est bornée dans chaque angle $-\theta \leqq \arg.(z-z_0) \leqq \theta$ (§ 4), elle tend uniformément vers zéro dans un tel angle. La fonction $\varphi'(z)$, bornée dans ces angles (§ 4), tend vers zéro sur d pour $x \to \infty$, puisque $|\varphi'(z)| \leqq \frac{\xi}{x}$ (§ 2); donc elle tend aussi uniformément vers zéro dans ces angles.

6. Transformons maintenant la fonction $F(z)$ du paragraphe 1 en une fonction $f(z)$ du paragraphe 2, au moyen d'une fonction linéaire, telle que α corresponde au point à l'infini de $\mathfrak{D}$. Alors $u \geqq x$, donc $\lambda \geqq 1$. On a (§ 5)

$$\frac{\varphi(z)-\beta}{z-\beta} \quad \text{et} \quad \varphi'(z) \to 0;$$

donc

$$\frac{f(z)}{z} \quad \text{et} \quad f'(z) \to \lambda$$

dans les angles considérés.

Il en résulte, pour la fonction $F(z)$ dans C, que

$$\frac{F(z)-\alpha}{z-\alpha} \quad \text{et} \quad \frac{(z-\alpha)^2}{|F(z)-\alpha|^2} F'(z) \to \lambda;$$

donc

$$\frac{F(z)-\alpha}{z-\alpha} \quad \text{et} \quad F'(z) \to \frac{1}{\lambda} > 1 \quad \text{et} \quad > 0,$$

quand $z \to \alpha$, uniformément dans tout angle formé par deux cordes issues de α.

BALISTIQUE. — *Sur les principes de la balistique intérieure.* Note de MM. **Gossot** et **Liouville**, présentée par M. Paul Vieille.

Les équations, dites réduites, de la balistique intérieure peuvent être mises sous la forme

$$(1)\quad \begin{cases} \frac{1}{2}\xi\frac{dw}{d\xi} = F_1(Y) - \Gamma w, \\ w^{\frac{1}{2}}\frac{dY}{d\xi} = \left(\frac{1}{2}\frac{dw}{d\xi}\right)^N, \end{cases}$$

Γ, N étant des nombres connus, Y, w, ξ des variables définies en particulier dans notre *Balistique intérieure* (Baillière, 1922), $F_1(Y)$ une fonction de la seule quantité Y, du troisième degré au plus, et toujours croissante avec Y.

Pour calculer la position du maximum de pression, la question s'est posée d'intégrer numériquement le système (1), quels que soient N et Γ, dans toute la région où $\frac{dw}{d\xi}$ croît avec ξ : c'est ce problème dont nous voudrions indiquer la solution.

En posant $w = \rho^2$, les relations (1) se réduisent à une équation unique,

$$(2)\qquad [F_1(Y) - \Gamma\rho^2]\frac{d^2Y}{d\rho^2} + (1-N)\left[F'_1(Y)\left(\frac{dY}{d\rho}\right)^2 - (1+2\Gamma)\frac{dY}{d\rho}\right] = 0,$$

dont tout le reste dépend.

Les conditions initiales sont, pour $\rho = 0$, $Y = Y_0$, $\frac{dY}{d\rho} = a$, Y_0 et a étant donnés par la nature même de la question.

Un système d'inégalités successives, dont les deux premières sont

$$(3)\quad \begin{cases} \frac{dY}{d\rho}\left[F_1(Y) - \frac{1+2\Gamma}{2}\rho^2\right] \geqq aF_1(Y_0), \\ Y \leqq Y_0 + a\rho, \end{cases}$$

permet d'obtenir, pour toutes les valeurs utiles de ρ, une limite inférieure et une limite supérieure de chacune des inconnues; les opérations à exécuter sont des quadratures pour lesquelles nous avons, dans un autre travail (*Journal de l'École Polytechnique*, cahier n° 23, 1923), indiqué des procédés commodes.

Lorsqu'on applique la méthode à un exemple (poudre BM_{13}, à la charge

de $9^{kg},7$ dans un canon de 10^{cm} mod. 1902), on est surpris de voir avec quelle précision les inconnues sont déterminées. Dès la troisième approximation, les valeurs par excès et par défaut sont presque coïncidentes; les différences pour $N = \frac{2}{3}$, $\Gamma = \frac{1}{10}$ ne commencent à paraître que près du maximum de pression et n'atteignent pas 10^{kg} sur 2600 environ. La sûreté des nombres obtenus est d'ailleurs incontestable, la méthode faisant d'elle-même connaître les erreurs à craindre.

Les équations « complètes », un peu moins simples que (1), se traitent d'une manière semblable et par des calculs à peine plus longs.

Ayant adopté la valeur de N mentionnée plus haut (valeur expérimentale), et l'expression de $F_1(Y)$, d'après la forme de la poudre, on est conduit à la pression expérimentale, presque exacte. Au contraire, le maximum de pression se produit beaucoup plus près de la position initiale du projectile que ne le veut l'expérience. Cette discordance, dont l'importance ne varie guère, subsiste pour toutes les valeurs attribuées à N. Elle se complique, avec $N = 1$ comme hypothèse, d'une divergence inadmissible des pressions maximum.

Certaines données, Γ, $F_1(Y)$, par exemple, ne sont pas très certaines : leurs erreurs semblent influer peu sur les résultats tant qu'on ne s'écarte pas des variations vraisemblables. Aux expériences, d'ailleurs médiocres, que l'on possède, on ne peut pourtant imputer des erreurs atteignant 50 pour 100; c'est ce qu'exigerait, dans certains cas, l'accord avec le calcul, en ce qui touche la position du maximum. On doit donc soupçonner une insuffisance des équations classiques (1).

Comme correction, il est naturel de tenir compte des déplacements de la poudre pendant qu'elle brûle; le plus simple est alors de supposer qu'à tout instant les brins sont répartis dans la chambre d'une façon régulière.

Les mouvements des gaz et du projectile sont définis, dans ces conditions, par une équation aux dérivées partielles. Celle-ci, pour N quelconque, est du troisième ordre, correspondant à deux vitesses de propagation égales et de signes contraires et une vitesse de propagation nulle. Quand $N = 1$, les deux premières demeurent seules, parce qu'une intégration s'est faite.

Il ne paraît pas impossible d'appliquer aux ondes successives (physico-mécaniques) des méthodes analogues à celles qui ont résolu le système (1) et fournissant, comme elles, pour les inconnues, des valeurs par excès et par défaut; ces recherches pourront faire l'objet d'un autre travail.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la réduction des combinaisons chromiques par l'hydrogène sous pression et aux températures élevées.* Note [1] de MM. V. N. **Ipatief** et B. A. **Mouromtsef**, transmise par M. Camille Matignon.

Le but initial de ce travail était d'obtenir un hydrate cristallin de l'oxyde de chrome; pour cela nous avons effectué une série d'expériences de réduction de divers composés chromiques par l'hydrogène sous pression et à hautes températures dans l'appareil d'Ipatief.

Les expériences ont porté sur K^2CrO^4, CrO^3, $Cr^2(SO^4)^3$, $CrCl^3$, en solutions ordinairement binormales avec milieu neutre, acide ou alcalin. Certaines expériences, dans des conditions connues, ont donné de l'*hydrate d'oxyde de chrome cristallisé* Cr^2O^3, H^2O. Par réduction des solutions de K^2CrO^4, CrO^3 et $Cr^2(SO^4)^3$ en présence de SO^4H^2 libre, on a obtenu des combinaisons chromiques complexes très bien cristallisées, qui seront décrites plus loin.

La solution de la combinaison correspondante, 25^{cm^3} comme quantité, était versée dans un tube d'or, qui à son tour était placé dans la bombe pour haute pression munie d'un manomètre. Le tube était rempli d'hydrogène à $80\text{-}100^{atm}$ et disposé dans un four thermostatique électrique; les expériences étaient faites à une température de 280-300° et la pression de l'hydrogène s'élevait jusqu'à 200^{atm}. La durée d'une expérience était de 24 à 36 heures. Il est important d'élever lentement la température du four, car alors les cristaux se développent bien; quand le tube est porté brusquement dans le four chauffé, le produit de la réaction est en petits cristaux. Malheureusement, ce produit ne s'obtient jamais homogène et, avant de procéder à l'analyse, il convient de le séparer par divers moyens de ses mélanges, ce à quoi on réussit dans une certaine mesure, bien que nous n'ayons pas obtenu une purification complète, par suite du manque de dispositifs microscopiques.

Dans la réduction de la solution de K^2CrO^4 en présence de SO^4H^2 libre (25^{cm^3} de la solution du sel et 4^{cm^3} de SO^4H^2 conc.), on obtient un dépôt violet gris formé de petits cristaux pointus lancéolés. Cette matière n'est soluble ni dans les acides, ni dans les alcalis; elle se décompose seulement lorsqu'on la fond avec du carbonate de sodium et du nitre. L'analyse a donné les résultats suivants :

---

[1] Séance du 9 août 1926.

Cr^2O^3	43,87	pour 100
SO^3	35,17	»
K^2O	13,39	»

Sur la base de ces données on peut admettre la formule

$$K^2O.2Cr^2O^3.3SO^3.H^2O.$$

On obtient ce corps vers 300° et sous une pression de 80^{atm} par la réduction de la solution de CrO^3 en présence de

$$SO^4H^2 \text{ libre } \left(25^{cm^3} \text{ de } \frac{2}{1} N\,CrO^3,\ 2^{cm^3} \text{ de } H^2SO^4\right);$$

on a réussi à obtenir un sel complexe de chrome en cristaux très bien formés, de teinte vert sombre, à facettes brillantes, de forme cubique, fréquemment maclés ou unis deux à deux. Les acides et les alcalis ne l'altèrent pas; il se décompose par fusion avec un mélange de carbonate de sodium et de nitre. L'analyse indique les constituants suivants :

Cr^2O^3	47,64	pour 100
SO^3	36,24	»
H^2O	15,40	»

ce qui se rapproche assez de la formule

$$2Cr^2O^3.3SO^3.6H^2O.$$

Cette substance a été obtenue vers 280° et sous une pression de 150 à 200^{atm}; une petite quantité d'oxyde de chrome lui est toujours mélangée.

Dans le but d'obtenir des combinaisons complexes isomorphes du chrome et du fer, nous avons effectué une série d'expériences de réduction de solutions contenant un mélange de CrO^3 avec $FeSO^4$ et $Fe^2(SO^4)^3$ en présence de SO^4H^2 libre. Par réduction du mélange d'acide chromique et de sulfate ferrique, on obtient un dépôt cristallin composé de cubes vert foncé, individuels ou maclés, très bien formés.

Les acides ne l'attaquent pas; il est décomposé seulement par fusion avec du carbonate de sodium et du nitre. Les analyses des deux échantillons les plus homogènes que l'on ait obtenus ont donné les résultats suivants :

	Pour 100.	
	I.	II.
Fe^2O^3	5,81	11,32
Cr^2O^3	47,14	48,41
SO^3	31,67	35,01
H^2O	14,27	4,35

Ainsi, il semble que nous avons obtenu des combinaisons complexes isomorphes contenant du fer et du chrome.

Quand on a réduit un mélange d'acide chromique et de sulfate ferreux, on a obtenu dans le dépôt des cristaux cubiques violets, à face mate, individuels ou réunis sous forme de trémies; leur composition est analogue à celle des précédents.

Fréquemment on trouve mélangés, aux substances ci-dessus décrites, des cristaux en forme de bipyramides avec un fort éclat métallique. Dans un cas on a pu les obtenir séparément, et leur étude qualitative a montré qu'ils sont formés de sulfure de fer (pyrite) avec une quantité insignifiante de chrome (vraisemblablement aussi un mélange isomorphe). Par ébullition avec l'acide chlorhydrique, ils se dissolvent lentement avec dégagement d'hydrogène sulfuré.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *L'oxydation rapide des huiles siccatives et les antioxygènes.* Note [1] de M. F. **Taradoire**, transmise par M. Charles Moureu.

Les essais précédemment exposés [2], entrepris dans le but de rechercher des corps doués de propriétés antioxygènes assez actives pour empêcher l'oxydation rapide des huiles siccatives, ont été poursuivis en utilisant de nouveaux produits organiques.

Comme précédemment, ces produits ont été incorporés au coton imprégné d'un mélange d'huile siccative, d'essence de térébenthine et de siccatif, à raison de 1^g pour 100^g de coton imbibé.

On a soumis ces essais à l'action de l'air, dans les mêmes conditions que d'autres essais identiques, mais ne renfermant pas d'antioxygène, et ce procédé nous a permis de connaître l'action excercée par la présence de l'antioxygène employé.

Parmi les phénols, le crésol et le thymol ont seulement retardé l'inflammation de quelques heures, sans parvenir à l'empêcher.

L'action antioxygène particulièrement active des amines aromatiques sur les huiles siccatives, qui avait été nettement mise en évidence par les essais précédents [2] et que MM. Moureu et Dufraisse ont généralisé en étudiant divers composés autoxydables [3], nous a conduit à essayer

---

(1) Séance du 6 septembre 1926.

(2) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 61.

(3) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 949.

l'emploi d'autres dérivés aminés. L'α- et la β-naphtylamine, ainsi que la benzidine, n'ont pas réussi à empêcher l'inflammation du coton imbibé, mais seulement à la retarder de quelques heures.

Les dérivés nitrosés de la diphénylamine : paranitrosodiphénylamine et diphénylnitrosamine, ont, par contre, empêché toute inflammation spontanée, comme dans le cas de la diphénylamine seule, et tandis que les groupements nitrés introduits dans les molécules diminuent leur action antioxygène ([1]), les groupements nitrosés n'altèrent pas sensiblement cette propriété.

L'emploi du cyclohexanol n'a produit qu'un léger retard à l'inflammation, et ce retard a été nul en utilisant le furfurol.

Avec la pyridine et la quinoléine, on a pu constater un retard de quelques heures à l'inflammation.

En résumé, à part les dérivés nitrosés de diphénylamine, aucun des autres produits organiques essayés ne s'est montré assez actif pour empêcher les inflammations spontanées provoquées par l'oxydation des huiles siccatives.

Cependant, le fait que la plupart de ces composés organiques ont provoqué un retard à l'inflammation, souvent très sensible, montre qu'ils sont doués de propriétés antioxygènes, mais que celles-ci sont insuffisantes pour combattre l'action énergique des siccatifs ajoutés aux huiles utilisées.

PHARMACOLOGIE. — *Sur le prétendu sympathicotropisme de l'Uzara.* Note ([2]) de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. A. Desgrez.

La racine d'Uzara, qu'on sait être une Asclépiadacée africaine du genre *Gomphocarpus*, est regardée aujourd'hui par les thérapeutes ([3]) comme un des plus puissants antidiarrhéiques connus. Étudiée chimiquement par Hennig ([4]) qui a découvert que son principe actif est un glycoside cristallisé, l'uzarine, elle a été l'objet des recherches pharmacodynamiques de Hirz ([5]) qui la considère comme une drogue sympathicotrope dont l'action serait analogue à celle de l'adrénaline.

Quoique généralement admise, l'opinion de Hirz a été cependant contestée. Ayant constaté que, chez l'animal nicotinisé, l'hypertension produite

([1]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 61.

([2]) Séance du 30 août 1926.

([3]) Gurber, *Therapeutische Halbmonatshefte*, 34, 1920, p. 465-470 et 496-508.

([4]) Hennig, *Archiv der Pharmazie*, 255, 1917, p. 382 et suiv.

([5]) Hirz, *Münchener medizin. Wochenschrift*, 1913, II, p. 2220 et suiv.

par l'uzara est diminuée ou même supprimée, Tigerstedt et Airila (¹) en ont déduit que, contrairement à l'adrénaline qui excite exclusivement les terminaisons nerveuses périphériques, l'uzara agit bien plus sur les centres et les ganglions que sur les terminaisons nerveuses périphériques et la musculature vasculaire. D'autre part Pick et Wasicky (²) ont prétendu que, comme la papavérine, l'uzarine paralyserait la musculature lisse.

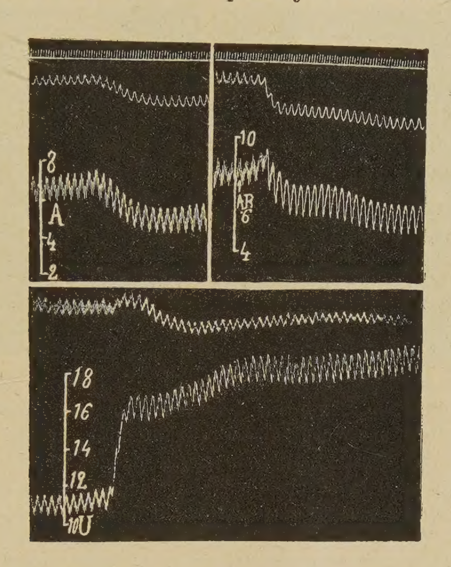


Fig. 1. — Chienne de 9^{kg} chloralosanée ayant ses vagues coupés, soumise à la respiration artificielle, et ayant reçu 81^{mg} de chlorhydrate de yohimbine de Gustrow en deux injections intraveineuses successives. — Temps en secondes. — Dans chacune des trois figures le tracé supérieur correspond à l'enregistrement plétysmographique du rein par l'oncographe de Roy, le tracé inférieur à l'enregistrement de la pression carotidienne par le manomètre à mercure. — En A, injection de $\frac{5}{100}$ de milligramme d'adrénaline. En AB, injection de 1^{mg} d'adrénaline. En U, injection de 5^{mg} d'uzarine en solution à 1 pour 1000 dans le sérum physiologique. — Tracés réduits de moitié.

Les objections de Tigerstedt et Airila ainsi que celles de Pick et Wasicky ne nous paraissent pas décisives. En effet Cathcart et Clark (³) ont montré que la nicotine diminue l'action du chlorure de baryum que l'on considère cependant comme l'excitant type de la musculature lisse. D'autre part, nous avons pu nous assurer que, contrairement à la papavérine, l'uzarine ne diminue nullement l'hypertension produite par l'adrénaline.

(¹) Tigerstedt et Airila, *Skandinav. Archiv d. Physiologie*, 33, 1916, p. 37 et suiv.

(²) Pick et Wasicky, *Archiv f. experiment. Pathologie und Pharmakologie*, 80, 1916, p. 159-160.

(³) Cathcart et Clark, *The Journal of Physiology*, 50, 1915, p. 119-127.

Pour fixer le point d'attaque vasculaire de l'uzarine nous avons utilisé la propriété que possèdent la yohimbine et les alcaloïdes actifs de l'ergot de paralyser électivement les terminaisons du sympathique moteur sur lesquelles agit l'adrénaline, sans atteindre les terminaisons du sympathique inhibiteur sur lesquelles s'exerce aussi l'action de l'adrénaline. On sait

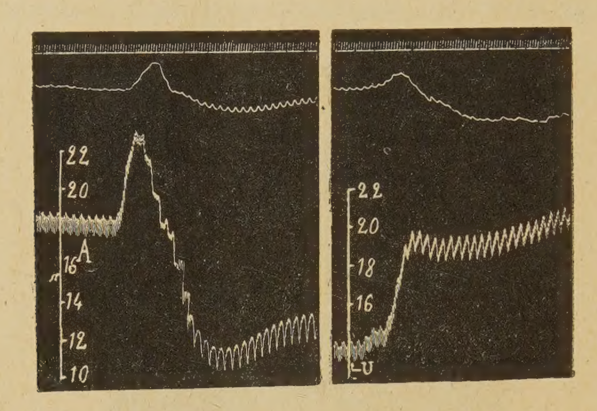


Fig. 2. — Chienne de 7^{kg} chloralosanée ayant ses vagues coupés, soumise à la respiration artificielle et ayant reçu 98^{mg} de méthanesulfonate d'ergotamine en trois injections intraveineuses successives. Dans la figure de droite comme dans celle de gauche, la ligne du haut correspond au temps en secondes, le tracé supérieur à l'enregistrement plétysmographique du rein par l'oncographe de Roy, le tracé inférieur à l'enregistrement de la pression carotidienne par le manomètre à mercure. — En A, injection de 1^{mg} d'adrénaline. En U, injection de 10^{mg} d'uzarine en solution à 1 pour 1000 dans le sérum physiologique. — Tracés réduits de moitié.

en effet que chez l'animal soumis à l'action de ces substances, l'adrénaline, normalement hypertensive et vasoconstrictrice rénale, devient hypotensive et sans action sur le rein dont le volume suit alors passivement les modifications de la pression artérielle.

Les tracés qui accompagnent cette Note montrent que quand, dans la saphène d'un chien chloralosané, chez lequel, par suite d'injections préalables de yohimbine (*fig.* 1) ou d'ergotamine (*fig.* 2), l'adrénaline même à la dose de 1^{mg} est devenue hypertensive et a cessé d'exercer sur le rein son action vasoconstrictive habituelle, on injecte une dose moyenne d'uzarine, on obtient une vasoconstriction rénale manifeste et une forte et durable hypertension. On a ainsi la preuve décisive que l'uzarine n'agit point en excitant les terminaisons périphériques du sympathique moteur et ne peut donc en aucune façon être comparée à l'adrénaline.

BIOLOGIE. — *Sur le développement des œufs d'Oursin* (Strongylocentrotus lividus) *sous l'action des extraits de pollen de Quercus et de Calla.* Note [1] de MM. **Methodi Popoff, Minco Dobreff** et **George Paspaleff**, transmise par M. Henneguy.

Dans une série de travaux M. Popoff a montré que les agents de la parthénogenèse artificielle sont des stimulants cellulaires généraux et que la parthénogenèse artificielle n'est qu'un cas particulier d'un phénomène plus général : le phénomène de la stimulation cellulaire.

Guidés par ces considérations, nous avons effectué à la station zoologique de Naples des recherches expérimentales qui nous ont montré que les stimulants étudiés par M. Popoff provoquent effectivement le développement des œufs mûrs du *Strongylocentrotus lividus* jusqu'à la phase embryonnaire Pluteus. Les stimulants du tableau suivant se sont montrés surtout comme des agents très efficaces de la parthénogenèse artificielle : KBr, $KBrO^3$, KI, KIO^3, I et alcool, iode et glycérine, KNO^3, NaBr, $NaBrO^3$, NaI, $NaIO^3$, $NaNO^3$, $NaNO^2$, Na^2SO^4, Na^2S, Na^2SO^3, Na^2SO^4 et Na^2SO^3, $MgBr^2$, KNO^2 et $MgBr^2$, KNO^3 et $MgCl^2$, $MgBr^2$ et $MgSO^4$, $MgBr^2$ et NaI et KNO^3, $MgCl^2$ et $MgBr^2$ et NaI et KNO^3, $K^2Cr^2O^7$, $Fe^2(SO^4)^3$, KH^2PO^4, NaFe, $NaHSO^3$, $KMnO^4$, $CaFe^2$, CrO^3, $FeSO^4(NH^4)^2SO^4$ et 6Aq., $Zn(C^2H^3O^2)^2$ (et $2H^2O$), éther, alcool éthylique, acide lactique, acide formique, acide malique, acide tartrique, acide gallique, acide tannique, strychnine, résorcine, quinone, quinaldine, quinoline, adrénaline, insuline, etc.

On sait par les travaux de M. Popoff que les stimulants cellulaires présentent un optimum par rapport à la concentration et à la durée de leur action sur la cellule et que de la détermination soigneuse de cet optimum dépend en grande partie la réussite des recherches expérimentales.

Les stimulants énumérés ci-dessus étant d'une nature chimique si différente, nous nous sommes proposé de rechercher si les extraits des cellules mâles des différentes espèces organiques n'agissent pas sur l'œuf de l'Oursin comme les stimulants chimiques ci-dessus.

Dans ce but nous avons préparé des extraits de pollen de Chêne (*Quercus ilex*) et d'une Aroïdée (*Calla æthiopica*) de la manière suivante :

a. 3g de pollen de *Calla* ont été broyés pendant une heure dans un mortier de porcelaine, puis on en a fait l'extrait dans 45^{cm^3} d'eau distillée. L'extrait a été évaporé à

[1] Séance du 6 septembre 1926.

une température de 45° C. Le résidu solide a été divisé en trois parties égales et chaque partie a été diluée respectivement dans 3, 4 et 5$^{cm^3}$ d'eau de mer, filtrée à travers un filtre Berkefeld. Le second extrait (1^g de pollen par 4$^{cm^3}$ d'eau de mer), après 15 minutes d'action, a provoqué le développement des œufs des *Strongylocentrotus lividus* jusqu'à la formation de blastulas vivantes nageant dans l'eau, en exécutant des mouvements énergiques de translation et de rotation.

b. De la même manière exactement nous avons préparé un extrait des grains de pollen de *Quercus ilex* dans 2$^{cm^3}$,5 d'eau de mer. Après 90 minutes d'action, les œufs de *Strongylocentrotus* ont commencé de se diviser; une grande partie est arrivée au stade de morula et même un œuf s'est développé jusqu'au stade de blastula, nageant sapidement dans l'eau.

Ces expériences montrent qu'il faut distinguer deux phases dans la fécondation normale : la phase de stimulation cellulaire, qui est d'une action générale sans être nécessairement spécifique et qui détermine la segmentation et le développement ultérieur de l'œuf, et une seconde phase qui est strictement spécifique, intimement liée à la question de l'hérédité.

Pour chaque espèce d'œuf il y a une substance provenant des cellules mâles ayant une action spécifique; mais nous avons la possibilité de pouvoir adapter à n'importe quelle espèce d'œufs les diverses substances stimulantes d'origine mâle, en réglant, après des recherches minutieuses, leur concentration et en variant le temps de leur action suivant les conditions physiologiques spécifiques à chaque espèce d'œufs, les conditions physiologiques exigeant une quantité strictement déterminée d'une substance stimulante quelconque pour que cette dernière puisse provoquer le développement de l'œuf.

Nos expériences font ressortir, à travers la diversité des phénomènes du développement des œufs, un fait fondamental, le fait de la stimulation cellulaire en général et duquel les phénomènes du développement des œufs ne sont qu'un cas spécial.

La séance est levée à 15^{h}15^m.

A. Lx.